

2 DOORSTROOMFINALITEIT

Info over de vakfiche

Geldig van 1 januari 2027 tot en met 31 december 2027. Je gebruikt deze vakfiche voor deze studierichtingen in de **2^{de} graad doorstroomfinaliteit**:

- humane wetenschappen

Hoe gebruik je deze vakfiche?

Een vakfiche bevat informatie die je nodig hebt om te studeren en om je examen met succes af te leggen. We geven je dus niet alleen de leerstof maar ook uitleg over hoe het examen verloopt, wat je moet meebrengen, hoe we je examen beoordelen en welk cursusmateriaal je kan gebruiken om je voor te bereiden.

In het hoofdstuk *Wat moet je leren?* gebruiken we altijd dezelfde symbolen, zodat duidelijk is voor jou wat je moet kennen en kunnen op het examen.

	Leerdoel	Bij elk hoofdstuk krijg je eerst een korte beschrijving van het leerdoel: een algemene omschrijving van de competenties die je moet verwerven.
	Dit moet je kennen :	Dit is een opsomming van begrippen en concepten die je tijdens je voorbereiding moet leren. Je moet deze ondersteunende kennis gebruiken in de opdrachten van het examen en zo bewijzen dat je de competenties echt onder de knie hebt.
	Dit moet je kunnen	Hier vind je wat meer in detail terug wat je moet kunnen aan de hand van de leerstof die je gestudeerd hebt. We geven er ook voorbeelden bij. Zo kan je je op het examen voorbereiden vanuit concrete problemen en situaties.
	Extra info	Soms geven we extra info of verwijzen we naar een vorig hoofdstuk.
	Bijlage	Bij deze vakfiche horen meerdere bijlagen. Je vindt ze op het einde van de vakfiche.

Wat moet je leren?

Terwijl je studeert, moet je je voorbereiden op 2 soorten opgaven die je kan krijgen op het examen:

- **met context of in een betekenisvolle situatie** = opgaven die vertrekken vanuit een concrete of specifieke situatie uit de wereld rondom ons.
- **zonder context** = opgaven die abstract en zuiver wiskundig zijn.

Een opgave kan zowel een probleem als een vraagstuk zijn:

- een **vraagstuk** = een opgave die opgelost kan worden met de leerinhouden van het bijhorende hoofdstuk uit de vakfiche.
- een **probleem** = een opgave die niet gekoppeld kan worden aan een specifiek hoofdstuk. Je combineert leerinhouden om te komen tot een oplossing.
- een **meetkundig probleem** = de verzamelnaam voor vraagstukken en problemen waarbij meetkundige vaardigheden nodig zijn om de opgave op te lossen.

We gebruiken binnen wiskunde vaak begrippen en symbolen. Het is belangrijk dat je deze begrippen en symbolen steeds correct gebruikt. Je vindt de lijst met “begrippen & notaties” die een aanvulling vormt op deze vakfiche achteraan in de bijlagen.

Deze rubriek is opgebouwd uit 6 bouwstenen:

1. Probleemoplossend denken
2. Logica en bewijzen
3. Getallenleer
4. Meetkunde en metend rekenen
5. Relaties en verandering
6. Data en onzekerheid (statistiek)

Probleemoplossend denken

Mathematiseren en demathematiseren



Je lost problemen met en zonder context op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.
Je doet dit in opgaven met en zonder context.

Om een opgave (procedureel) op te lossen, analyseer je het eerst. Vervolgens zet je het concrete probleem om in wiskundetaal en wiskundige symbolen en uitdrukkingen. Dan los je het (wiskundige) probleem op en denk je na over je oplossingsproces. Tot slot formuleer je een antwoord op je opgave.

- Begrijp het probleem
- Maak een plan



- Voer het plan uit
- Reflecteer

Wiskundige denkprocessen bestaan vooral uit het creatief combineren van kennis en vaardigheden in nieuwe, onbekende situaties. In dit onderdeel rond probleemoplossende vaardigheden staan wiskundige denkprocessen en het wiskundig modelleren centraal. Zo kun je heel wat realistische problemen oplossen. Daarbij moet je zelf de oplossingsstrategie kiezen aan de hand van je kennis en vaardigheden uit de eerste en tweede graad.

Voorbeelden van oplossingsstrategieën (heuristieken) zijn:

- een schets, tekening of tabel maken, een vertaling van het probleem in een meer geschikte voorstelling;
- gegevens schematisch voorstellen, ordenen;
- variabelen invoeren;
- schatten, slim gissen (en missen), testen, controleren;
- voorbeelden geven, gebruik maken van speciale gevallen;
- alle mogelijkheden opschrijven;
- terugrekenen, van achter naar voor werken;
- het vraagstuk zelf uitvoeren, simuleren;
- patronen en regelmaat ontdekken, gebruik maken van symmetrie in het probleem;
- logisch redeneren;
- opsplitsen in deelproblemen.

Voorbeelden van vaardigheden zijn:

- taalvaardigheid: wiskundige uitdrukkingen in eenvoudige situaties begrijpen, tekeningen, grafieken en diagrammen begrijpen, vragen beantwoorden;
- rekenvaardigheid: rekenen met getallen en handig rekenen;
- meet- en tekenvaardigheid: de lengte van lijnstukken en de grootte van hoeken meten met een geodriehoek, met passer en geodriehoek tekenen;
- ICT-vaardigheid: het aangeboden online rekentoestel en de rekenapps gebruiken.



wiskundige concepten uit de vakfiches wiskunde van de eerste graad en uit tweede graad doorstroomfinaliteit



Je past wiskundige concepten en vaardigheden toe.

Je past heuristieken toe om vraagstukken en problemen op te lossen.

Je lost vraagstukken en problemen op door te mathematiseren en te demathematiseren.



Je past reflectievaardigheden toe om je proces en je oplossing te evalueren.



Mathematiseren en demathematiseren komt geïntegreerd aan bod in de andere onderdelen van de vakfiche.

ICT-vaardigheid



Je gebruikt ICT om berekeningen uit te voeren en om grafische voorstellingen te maken. Je doet dit in opgaven met en zonder context.



Je gebruikt ICT om

- bewerkingen uit te voeren
- goniometrische getallen te berekenen
- vergelijkingen en ongelijkheden grafisch op te lossen
- grafieken te tekenen
- gegevens te groeperen
- een frequentietabel op te stellen
- vectoren te tekenen
- ...



Tijdens het examen mag je een webpagina met rekenapps gebruiken. Je vindt deze via de link:

<https://www.vlaanderen.be/examencommissiesecundaironderwijs/voorbereiding#rekenapps>

We raden je aan om thuis te oefenen met de rekenapps.

Tijdens het examen stellen we ook een online wetenschappelijk rekentoestel ter beschikking. Je vindt hiervan een foto in de bijlagen.

We staan geen andere ICT-middelen toe tijdens het examen.

Bij de verschillende leerdoelen wordt vermeld waarvoor je ICT moet kunnen gebruiken.

Bij vragen met de instructie “Noteer het antwoord op het scherm.” staat een icoon met info over het gebruik van ICT.



Los de examenvraag op zonder ICT.

- Je toont duidelijk je werkwijze en redenering.
- Je schrijft alle tussenstappen en berekeningen volledig uit.
- Je werkt exact (*).



Functioneel gebruik ICT: je gebruikt ICT alleen ter ondersteuning van het rekenwerk.

- Je toont duidelijk je werkwijze en redenering.
- Je schrijft alle tussenstappen en berekeningen volledig uit.
- Je werkt zo lang mogelijk exact (*).

(*) Exact werken betekent dat je een wiskundige uitdrukking niet mag benaderen of afronden.

Dat betekent dat je breuken, wortels, π , ... in je berekeningen laat staan, als ze tenminste niet 'mooi' uitkomen.

Bij berekeningen werk je altijd met zo nauwkeurig mogelijke tussenresultaten. Denk eraan: hoe onnauwkeuriger je tussenresultaten, hoe meer je eindresultaat kan afwijken van het correcte antwoord.

Logica en bewijzen

Wiskundige redeneringen en uitspraken



Je beargumenteert wiskundige redeneringen en uitspraken en je bewijst wiskundige uitspraken. Je maakt daarbij gebruik van eigenschappen of geeft een tegenvoorbeeld.

Wiskundig redeneren bevordert het wiskundig inzicht en het probleemoplossend denken. Het gaat dus om meer dan alleen een bewijs opstellen: een formulering van een vermoeden, argumentatie, verklaring, bewijsvoering, veralgemening, structurering, ordening, analoge werking en/of door een synthese te maken. Ook het uitschrijven van een berekening waarbij je aandacht besteedt aan het wiskundig correct noteren met de juiste symbolen is een wiskundige redenering.

Om dit doel te bereiken moet je een aantal wiskundige denkmethoden verwerven en dien je te reflecteren over je denkproces.

Wil je een idee krijgen van de correctheid van een wiskundige uitspraak, dan illustreer je de eigenschap met voorbeelden. Vermoed je dat een eigenschap niet correct is, dan zoek je een tegenvoorbeeld om aan te tonen dat de eigenschap vals is.

Bij het oplossen van opgaven schrijf je de redenering correct uit en gebruik je vaktaal. Je verantwoordt je tussenstappen.

Je vult stappen uit bewijzen aan en je verklaart tussenstappen, bijvoorbeeld door een passende eigenschap te geven of te selecteren uit het formularium.

Je maakt gebruik van de symbolen $\wedge$, $\vee$, $\neg$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\forall$ en $\exists$. Het is niet nodig de dubbele pijl systematisch te gebruiken zoals bijvoorbeeld bij het oplossen van vergelijkingen.



Wiskundige redeneringen en tot uitspraken komen zijn geen losse opgaven, maar komen geïntegreerd aan bod in verschillende onderdelen van de vakfiche. Dit wordt aangegeven met de zin: Bij dit doel beargumenteer je wiskundige redeneringen en zoals toegelicht bij het onderdeel 'Wiskundige redeneringen en uitspraken'.



- de symbolen $\vee, \wedge, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
- implicatie en equivalentie
- nodige en voldoende voorwaarde
- kwantoren $\forall, \exists$
- wiskundige eigenschappen, rekenregels en formules uit deze vakfiche
- bewijzen uit de lijst bij deze vakfiche



Je controleert de correctheid van een wiskundige uitspraak.

Je illustreert een uitspraak met voorbeelden.

Je weerlegt een foutieve uitspraak met een tegenvoorbeeld, bijvoorbeeld rekenregels die fout worden toegepast, uitspraken over schaalverandering ...

Je noteert je redenering bij een open vraag op een wiskundig correcte manier:

- Je hanteert vaktaal.
- Je gebruikt correct de symbolen.
- Je plaatst bewerkingstekens en haakjes waar nodig.
- Je verklaart tussenstappen in een redenering.

Je vult redeneerstappen aan in de bewijzen uit de lijst met bewijzen.

Je beargumenteert de redeneerstappen in een aangereikte wiskundige redenering.

Je reconstrueert bewijzen die opgenomen zijn in de lijst bij deze vakfiche:

- in de behandelde situatie
- in een gewijzigde situatie: met andere symbolen, een andere tekening, in een specifiek geval ...
- in een analoge situatie.



Tijdens het examen mag je het formularium gebruiken uit de bijlage van deze vakfiche. De lijst met bewijzen en de lijst met begrippen & notaties mag je niet gebruiken.

Wiskundige redeneringen en tot uitspraken komen zijn geen losse opgaven, maar komen geïntegreerd aan bod in verschillende onderdelen van de vakfiche. Dit wordt aangegeven met de zin: Bij dit doel beargumenteer je wiskundige redeneringen en zoals toegelicht bij het onderdeel 'Wiskundige redeneringen en uitspraken'.



Waarheidswaarde van logische uitspraken



Je bepaalt de waarheidswaarde van logische uitspraken. Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- de symbolen $\vee, \wedge, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow$
- logische uitspraak
- waarheidswaarde
- tautologie, contradictie
- de negatie, de conjunctie, de disjunctie, de implicatie en de equivalentie in de logica en het verschil met 'of' en 'als ... dan ...' in de omgangstaal
- logische poorten en bijbehorende symbolen



Je stelt een waarheidstabel op van een logische uitspraak.

Je vertaalt een uitspraak in woorden naar een uitspraak in symbolen of een uitspraak in symbolen naar een uitspraak in woorden.

Je stelt de werking en betekenis van de logische poorten voor met een waarheidstabel.

Je stelt een waarheidstabel op voor logische schakelingen en interpreteert de werking van de schakeling.

Getallenleer

Reële getallen



Je rekt met reële getallen.
Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- de invoering van de reële getallen als de vervollediging van de reële getallenas
- natuurlijke, gehele, rationale, irrationale en irrationale getallen
- decimale vorm: begrensde decimale vorm, onbegrensde repeterende vorm of onbegrensde niet-repeterende decimale vorm
- vorm van een getal
 - decimale vorm
 - wortelvorm
 - breuk
 - procent
- derdemachtsworteltrekking
- wetenschappelijke notatie
- eigenschappen in woorden en symbolen
 - associativiteit
 - commutativiteit
 - distributiviteit
- teken- en rekenregels van bewerkingen met reële getallen
- rekenregels voor machten met eenzelfde grondtal
- afrondingsregels



Je legt uit dat reële getallen nodig zijn om de getallenas te vervolledigen. Het berekenen van vierkantswortel 2, de omtrek van een cirkel met straal 1 en het bepalen van de lengte van de schuine zijde van een rechthoekige driehoek waarvan de rechthoekszijden lengte 1 hebben zijn voorbeelden van opgaven die niet in de verzameling van de rationale getallen berekend kunnen worden.

Je herkent en benoemt natuurlijke, gehele, rationale, irrationale en reële getallen.

Je herkent en benoemt de soort decimale vorm.

Je zet met ICT een reëel getal om van de ene vorm naar de andere.

Je past een methode toe om getallen te benaderen, af te ronden en te schatten.

Je gebruikt notaties met machten van 10: wetenschappelijke notatie.

Eenvoudige berekeningen met reële getallen voer je uit zonder ICT, andere met ICT:

- Je voert bewerkingen uit op reële getallen en past de volgorde van bewerkingen juist toe.
- Je past de teken- en rekenregels van bewerkingen juist toe.
- Je past de eigenschappen van bewerkingen toe bij berekeningen met reële getallen.
- Je berekent en vereenvoudigt vierkantswortels.
- Je berekent derdemachtswortels.

- Je maakt de noemer van een breuk wortelvrij voor breuken waarvan de noemer een éénterm is.
- Je rekent met vierkantswortels van positieve reële getallen.
- Je rekent met vierkantswortels in lettervormen.
- Je rekent met machten met gehele exponenten.
- Je rekent met machten in lettervormen.

Je lost vraagstukken en problemen op waarin je reële getallen gebruikt.



Bij dit doel beargumenteer je wiskundige redeneringen zoals toegelicht bij het onderdeel 'Wiskundige redeneringen en uitspraken'.



Je ordent reële getallen.
Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- symbolen van gelijkheid en ongelijkheid
- getallenas
- afrondingsregels
- interval
 - open interval
 - halfopen of halfgesloten interval
 - gesloten interval



Je vergelijkt en ordent getallen met behulp van de symbolen.

Je zet met ICT een reëel getal om van de ene vorm naar de andere.

Je stelt reële getallen voor op een getallenas.

Je gebruikt de intervalnotatie voor een verzameling van reële getallen.

Meetkunde en metend rekenen

Rechten en vlakken



Je bepaalt de onderlinge ligging van rechten en vlakken in ruimtelijke situaties.
Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- punt, rechte, vlak
- onderlinge ligging van rechten en vlakken
 - evenwijdig
 - samenvallend
 - snijdend
 - kruisend
 - loodrecht
- onderscheid tussen ruimtefiguren en vlakke figuren
- principe van tweedimensionale voorstelling van een driedimensionale figuur
 - cavalièreperspectief
 - projecties op drie vlakken (zijaanzicht, vooraanzicht, bovenaanzicht)
 - ontwikkelingen
- element, deelverzameling, doorsnede, unie, verschil



Je onderscheidt ruimtefiguren en vlakke figuren.

Je bespreekt bij een tweedimensionale voorstelling van een driedimensionale situatie grafisch de onderlinge ligging van

- 2 rechten: evenwijdig, samenvallend, snijdend, kruisend, loodrecht;
- 2 vlakken: evenwijdig, samenvallend, snijdend, loodrecht;
- een rechte en een vlak: evenwijdig, rechte in het vlak, snijdend, loodrecht

In je bespreking kies je de passende definities en eigenschappen uit het formularium.



Bij dit doel beargumenteer je wiskundige redeneringen zoals toegelicht bij het onderdeel 'Wiskundige redeneringen en uitspraken'.

Gelijkvormige figuren



Je bepaalt het effect van schaalverandering op vorm, lengte, oppervlakte en inhoud of volume van vlakke figuren en ruimtelijke figuren.

Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- gelijkvormigheid, gelijkvormigheidsfactor
- schaal als verhouding
- effect van schaalverandering op lengte, oppervlakte en inhoud of volume



Je berekent de gelijkvormigheidsfactor.

Je berekent de lengte, de oppervlakte en de inhoud of het volume bij een gegeven gelijkvormigheidsfactor of bij een gegeven schaal.

Je gaat het effect van schaalverandering na door een lengte, oppervlakte of inhoud/volume te berekenen.

Je beoordeelt uitspraken over het effect van schaalverandering op lengte, oppervlakte en inhoud/volume.



Bij dit doel beargumenteer je wiskundige redeneringen zoals toegelicht bij het onderdeel 'Wiskundige redeneringen en uitspraken'.

Vlakke en ruimtelijke problemen



Je past gelijkvormigheidskenmerken van driehoeken toe om meetkundige problemen op te lossen. Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- de gelijkvormigheidskenmerken van driehoeken: $\frac{HH}{Z}, \frac{ZH}{Z}, \frac{ZZ}{Z}, \frac{ZZ}{Z}, \frac{ZZ}{Z}, \frac{ZZ}{Z}, 90^\circ$



Je herkent gelijkvormige driehoeken en kiest het bijhorende gelijkvormigheidskenmerk ter verklaring.

Je bewijst de gelijkvormigheid van twee driehoeken.

Je past de gelijkvormigheidskenmerken van twee driehoeken toe om de lengte van een zijde of de grootte van een hoek te berekenen.



Bij dit doel beargumenteer je wiskundige redeneringen zoals toegelicht bij het onderdeel 'Wiskundige redeneringen en uitspraken'.



Je past de stelling van Pythagoras toe om meetkundige problemen op te lossen in het vlak en in de ruimte.

Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- stelling van Pythagoras
- analytische uitdrukking voor de afstand tussen 2 punten in het vlak



Je gebruikt de stelling van Pythagoras om een meetkundig probleem op te lossen:

- Je verklaart waarom een driehoek rechthoekig is.
- Je berekent de lengte van de zijden in een rechthoekige driehoek.
- Je berekent de afstand tussen 2 punten in het vlak.



Bij dit doel beargumenteer je wiskundige redeneringen zoals toegelicht bij het onderdeel 'Wiskundige redeneringen en uitspraken'.

Soms zal je meerdere keren Pythagoras moeten toepassen of andere leerinhouden uit de vakfiche moeten gebruiken om het probleem volledig op te lossen: de lengte van een zijde, het bewijs van een gegeven eigenschap, een geschikt vlak in een ruimtelijke situatie om het meetkundig probleem op te lossen ... Voorbeeldsituaties zijn een ladder die tegen een muur wordt gezet, een IKEA-kast die in een ruimte moet passen, de lengte van een ruimtediagonaal in een balk ...



Je gebruikt de goniometrische getallen sinus, cosinus en tangens in rechthoekige driehoeken om een meetkundig probleem op te lossen.

Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- de goniometrische getallen sinus, cosinus en tangens van een scherpe hoek als de verhoudingen van de zijden van een rechthoekige driehoek
- de grondformule van de goniometrie



Je berekent met ICT de goniometrische getallen van een scherpe hoek als verhoudingen van de lengten van zijden van een rechthoekige driehoek.

Je gebruikt goniometrische getallen om meetkundige problemen op te lossen:

- Je berekent de lengte van de zijden in een rechthoekige driehoek.
- Je berekent de grootte van hoeken in een rechthoekige driehoek.
- Je lost de rechthoekige driehoek op.

Je gebruikt de grondformule om meetkundige problemen zonder context op te lossen.

- Je vereenvoudigt formules en vormt ze om naar het gevraagde.
- Je berekent bij een gegeven goniometrisch getal de andere goniometrische getallen.



Bij dit doel beargumenteer je wiskundige redeneringen zoals toegelicht bij het onderdeel 'Wiskundige redeneringen en uitspraken'.

Voorbeeldsituaties zijn de hoogte van een boom berekenen uit de kijkhoek en de afstand tot de boom, hoogteverschil berekenen uit de hellingshoek en de lengte van een steil bergpad ...

Vectoren



Je tekent in het vlak de som en het verschil van vectoren en de vermenigvuldiging van een vector met een reëel getal.

Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- vector, nulvector, tegengestelde vector, gelijke vectoren
- richting, zin, grootte
- som en verschil van vectoren
- vermenigvuldiging van een vector met een reëel getal
- verband met verschuivingen



Je tekent de som en het verschil van vectoren.

Je tekent de vermenigvuldiging van een vector met een reëel getal.



Je gebruikt die bewerkingen in de volgende contexten: krachten, verplaatsing en snelheid.

Relaties en verandering

Formules



Je drukt bij een formule 1 variabele uit in functie van een andere.

Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- eigenschappen van gelijkheden
- eigenschappen, teken- en rekenregels van bewerkingen
- lineair, zuiver kwadratisch



Je vormt een gegeven formule om door gebruik te maken van eigenschappen van gelijkheden en eigenschappen, teken- en rekenregels van bewerkingen.



Voorbeelden van formules uit de wiskunde:

- vergelijking van eerste- en tweedegraadsfuncties
- formules voor het berekenen van omtrek, oppervlakte, inhoud
- ...

Voorbeelden van formules uit de natuurwetenschappen:

- massadichtheid: $\rho = \frac{m}{V}$
- ERB: $x = x_0 + v_0(t - t_0)$
- kracht: $F = m \cdot g$
- druk: $p = \frac{F}{A}$, $p = \rho \cdot g \cdot h$, $p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$
- energie:

$$E_{\text{pot,gr}} = m \cdot g \cdot h \quad E_{\text{pot,el}} = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2} \quad E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \eta = \frac{E_{\text{nuttig}}}{E_{\text{totaal}}}$$

- Ohm: $U = R \cdot I$
- veerkracht: $F = c \cdot u$
- molaire concentratie: $c = \frac{n}{V}$
- ...

Vergelijkingen en ongelijkheden



Je lost eerstegraadsvergelijkingen en -ongelijkheden in 1 onbekende algebraïsch en grafisch op in de verzameling van de reële getallen.

Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- eerstegraadsvergelijking in 1 onbekende
- eerstegraadsongelijkheid in 1 onbekende
- oplossingenverzameling
- interval
- getallenas en grafiek
- het verband tussen
 - oplossing van een vergelijking van de vorm $f(x) = 0$ en de nulwaarde van de functie f
 - oplossing van een ongelijkheid van de vorm $f(x) > 0$, $f(x) < 0$, $f(x) \leq 0$, $f(x) \geq 0$ en de ligging van de functie f



Je lost eerstegraadsvergelijkingen algebraïsch op en noteert de oplossingenverzameling.

Je lost eerstegraadsongelijkheden algebraïsch op en noteert de oplossingenverzameling.

Je geeft de oplossingenverzameling van een ongelijkheid als een interval en stelt de oplossingenverzameling voor op een getallenas.

Je vertaalt een vraagstuk naar een eerstegraadsvergelijking of naar een passende ongelijkheid en lost het op.

Je lost vergelijkingen en ongelijkheden grafisch op en noteert de oplossingenverzameling.

Je lost eerstegraadsongelijkheden grafisch op en noteert de oplossingenverzameling.



Je lost een stelsel van 2 eerstegraadsvergelijkingen in 2 onbekenden algebraïsch en grafisch op.

Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- stelsel
- algemene vorm van een eerstegraadsvergelijking met 2 onbekenden
- oplossingenverzameling met koppelvoorstelling
- de lege verzameling, oplossingenverzameling van een strijdig stelsel
- algebraïsch oplossen van stelsels: combinatiemethode, substitutiemethode, gelijkstellingsmethode
- getallenas en grafiek
- interval
- het verband tussen
 - de oplossing(en) van een vergelijking van de vorm $f(x) = g(x)$ en de gemeenschappelijke punten van de grafieken van de functies f en g
 - de oplossing(en) van een stelsel en de gemeenschappelijke punten van de overeenkomstige grafieken



Je lost stelsels algebraïsch op.

Je lost stelsels grafisch op, met en zonder ICT.

Je vertaalt een vraagstuk naar een stelsel van 2 vergelijkingen en lost het vraagstuk op.

Je legt in een opgave het verband tussen een stelsel van twee eerstegraadsvergelijkingen

- met 1 oplossing – een bepaald stelsel – en de grafiek van 2 snijdende rechten
- zonder oplossingen – een strijdig stelsel – en de grafiek van 2 evenwijdige, niet samenvallende rechten
- met oneindig veel oplossingen – een onbepaald stelsel – en 2 samenvallende rechten.



Je lost tweedegraadsvergelijkingen in 1 onbekende algebraïsch op.

Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- tweedegraadsvergelijking of vierkantsvergelijking
- standaardvorm van een tweedegraadsvergelijking
- volledige en onvolledige vierkantsvergelijking
- discriminant en oplossingen van een tweedegraadsvergelijking, inclusief formules
- oplossingenverzameling
- ontbinden in factoren
- merkwaardige producten $(a + b)^2$ en $(a + b)(a - b)$
- het verband tussen de oplossing van een vergelijking van de vorm $f(x) = 0$ en de nulwaarde van de functie f



Je lost tweedegraadsvergelijkingen in 1 onbekende algebraïsch op door

- een gemeenschappelijke factor af te zonderen,
- de formule voor het verschil van 2 kwadraten toe te passen,
- een drieterm op te sporen die een volkomen kwadraat is,
- de formules met discriminant toe te passen.

Je noteert de oplossingenverzameling.

Je vertaalt een vraagstuk naar een tweedegraadsvergelijking en het lost op.

Je legt het verband tussen de oplossing(en) van de vergelijking en de nulwaarden van de parabool. Je controleert je verkregen oplossingen met ICT.



Bij dit doel beargumenteer je wiskundige redeneringen zoals toegelicht bij het onderdeel 'Wiskundige redeneringen en uitspraken'.

Functies



Je herkent functies en legt het verband tussen de verschillende voorstellingswijzen van een functie: verwoording, tabel, grafiek en voorschrift.
Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- functie, functiewaarde
- afhankelijke en onafhankelijke variabele
- x-waarde, y-waarde, element van het domein, element van het bereik
- voorstellingswijzen van een functie en de onderlinge samenhang ervan: verwoording, tabel, grafiek, voorschrift



Je bepaalt bij een gegeven voorstellingswijze of het verband een functie is of niet.

Je toont in een verwoording, tabel, grafiek en voorschrift welke de afhankelijke en welke de onafhankelijke veranderlijke is.

Je combineert een gegeven voorstellingswijze van een functie met een passende andere gegeven voorstelling bijvoorbeeld van de verwoording naar de tabel, de grafiek of het voorschrift, van de tabel naar de verwoording ...



Je bepaalt het voorschrift, de grafiek, de tabel en de verwoording van een eerstegraadsfunctie als 1 van de andere voorstellingswijzen gegeven is.
Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- eerstegraadsfunctie met voorschrift $f(x) = ax + b$ met $a \in \mathbb{R}_0$ en $b \in \mathbb{R}$
- voorstellingswijzen van een eerstegraadsfunctie en het verband ertussen: verwoording, tabel, grafiek, voorschrift
- verbanden tussen grootheden: lineair verband, recht evenredig verband
- lineaire groei, niet-lineaire groei
- richtingscoëfficiënt, snijpunt van de rechte met de y-as: meetkundige betekenis en link met het voorschrift
- vergelijking van een rechte met gegeven richtingscoëfficiënt en door een gegeven punt
- richtingscoëfficiënt van een rechte door 2 gegeven punten



Je herkent en benoemt een lineair en een recht evenredig verband.

Je herkent en benoemt lineaire groei en niet-lineaire groei.

Je stelt vanuit een gegeven voorstellingswijze van de functie een andere voorstellingswijze op.

Je stelt bij meetkundige problemen de vergelijking op van een rechte aan de hand van

- een gegeven richtingscoëfficiënt en 1 gegeven punt;
- 2 gegeven punten.

Je tekent de grafiek van een eerstegraadsfunctie (een rechte)

- met een gegeven richtingscoëfficiënt en door een gegeven punt;
- door 2 gegeven punten.



Je gebruikt in gepaste situaties de eerstegraadsfunctie als model om een vraagstuk op te lossen, bijvoorbeeld:

- de rechtlijnige beweging met constante snelheid
- vaste en variabele kosten of vast en variabel loon
- hydrostatische druk
- energiegebruik
- afschrijving
- ...



Je bepaalt het voorschrift of de grafiek van een tweedegraadsfunctie als de andere voorstellingswijze gegeven is.

Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- tweedegraadsfunctie
- voorschrift van een tweedegraadsfunctie:
- betekenis van de coëfficiënten a , c , p en q in de voorschriften
- grafiek van een tweedegraadsfunctie: parabool, bergparabool, dalparabool
- nulwaarden, nulpunten
- top met coördinaten
- vergelijking symmetrieas
- tekenschema
- verloopschema (stijgen/dalen)
- verbanden tussen grootheden: kwadratisch verband
- transformaties:
 - verticale verschuiving: $f(x)+k$
 - horizontale verschuiving: $f(x-k)$
 - spiegeling om de x -as: $k \cdot f(x)$ met $k < 0$
 - verticale uitrekking: $k \cdot f(x)$ met $k > 0$



- het effect van deze transformaties op de nulwaarden, de ligging van de nulpunten, de coördinaten en ligging van de top, de vergelijking van de symmetrieas en haar ligging



Je bepaalt de nulwaarden van een tweedegraadsfunctie uit het voorschrift.

Je bepaalt de coördinaten van de top van de parabool uit het voorschrift.

Je bepaalt de vergelijking van de symmetrieas van de parabool uit het voorschrift of de grafiek.

Je stelt het voorschrift op aan de hand van de grafiek waarop de nodige gegevens duidelijk afleesbaar zijn.

Je schetst de grafiek aan de hand van het voorschrift.

Je bouwt de grafiek van $g(x) = a(x-p)^2 + q$ met $a \in \mathbb{R}_0$ en $p, q \in \mathbb{R}$ stapsgewijs op vanuit de grafiek van $f(x) = x^2$ en benoemt en interpreteert bij elke stap de gebruikte transformaties.

Je verklaart het effect van de transformaties op de nulwaarden, de ligging van de top en de ligging van de symmetrieas. Je gebruikt het effect van de transformaties om een vraagstuk op te lossen.

Je gebruikt in gepaste situaties een tweedegraadsfunctie als model om een vraagstuk op te lossen.



Bij dit doel beargumenteer je wiskundige redeneringen zoals toegelicht bij het onderdeel 'Wiskundige redeneringen en uitspraken'.



Je analyseert de kenmerken van eerste- en tweedegraadsfuncties.
Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- voorstellingswijzen van een functie en de onderlinge samenhang ervan: verwoording, tabel, grafiek en voorschrift
- functiekenmerken: domein, praktisch domein, bereik, praktisch bereik, nulwaarden, tekenverloop, verloopschema, extremum, constante/toenemende/afnemende stijging/daling, symmetrie t.o.v. een verticale rechte
- verbanden tussen grootheden: recht evenredig, lineair, omgekeerd evenredig, kwadratisch



Je stelt vanuit een gegeven voorstellingswijze van de functie een andere voorstellingswijze op.

Je schetst de grafiek van een functie zonder ICT.

Je tekent de grafiek van een functie met ICT.

Je bepaalt de functiekenmerken aan de hand van een grafiek, met functioneel gebruik van ICT.

Je stelt een tekenverloop op aan de hand van de grafiek.

Je stelt een verloopschema op aan de hand van de grafiek.

Telproblemen



Je lost telproblemen op met behulp van boomdiagrammen en venndiagrammen.
Je doet dit in opgaven met context.



- symbolen $\cap, \cup, \setminus, \in, \notin, \subset, \phi$
- boomdiagram
- venndiagram
- somregel, productregel, complementregel als redenering in de schematische voorstellingen (niet als abstracte formule)
- disjuncte verzamelingen



Je stelt een boomdiagram op.

Je stelt een venndiagram op.

Je lost telproblemen op met:

- een boomdiagram
- een venndiagram.

Je berekent aantallen met de somregel, de productregel en de complementregel.

Data en onzekerheid (statistiek)

Statistisch onderzoek



Je analyseert statistische gegevens aan de hand van voorstellingswijzen en centrum- en spreidingsmaten.

Je doet dit in opgaven met context.



- statistische gegevens
 - numerieke gegevens
 - categorische gegevens
- niet-gegroepeerde en gegroepeerde gegevens
- frequentietabel
 - absolute frequenties
 - relatieve frequenties
- klasse
- klassenmidden
- grafische voorstellingswijzen
 - staafdiagram
 - cirkeldiagram
 - lijndiagram
 - histogram
 - boxplot
 - dotplot
- symmetrische/scheve verdeling
 - uitschieters
 - clusters
- centrummaten
 - rekenkundig gemiddelde
 - mediaan
 - modus
- spreidingsmaten
 - kwartielen
 - interkwartielafstand
 - variatiebreedte
 - standaardafwijking
- misleidingen: vaak voorkomende fouten, misconcepties, tekortkomingen en manipulaties bij het grafisch voorstellen, het numeriek samenvatten en het interpreteren van statistische informatie



Je analyseert en interpreteert frequentietabellen, grafische voorstellingen, centrummaten en spreidingsmaten in functie van de probleemstelling of de onderzoeksvraag. Dit kan aan bod komen in je analyse:

- Je groepeer gegevens met ICT.
- Je stelt met ICT een frequentietabel op met absolute en/of relatieve frequenties.
- Je beoordeelt of de grafische voorstelling in een gegeven situatie zinvol is. Je kiest in een onderzoek de meest geschikte grafische voorstelling.
- Je maakt met ICT grafische voorstellingen.
- Je berekent centrummaten met ICT.
- Je berekent spreidingsmaten met ICT.
- Je trekt conclusies op basis van de berekende centrum- en/of spreidingsmaten en de grafische voorstellingen.
- Je interpreteert het rekenkundig gemiddelde en de mediaan en legt het verband met de vorm van de verdeling, eventuele uitschieters en eventuele clusters.
- Je interpreteert de kwartielen en de interkwartielafstand en legt het verband met de vorm van de verdeling, eventuele uitschieters en eventuele clusters.

Je spoort vaak voorkomende fouten, misconcepties, tekortkomingen en manipulaties bij het grafisch voorstellen, het numeriek samenvatten en het interpreteren van statistische informatie op en je geeft een juiste interpretatie.



Enkele voorbeelden van misleidingen/vaak voorkomende fouten zijn:

- assen ongepast schalen: een te grote of te kleine schaal ...
- assen foutief ijkten: een ijk waarbij je stukken overslaat, een ijk die niet start bij nul ...
- de onderdelen van de grafische voorstelling niet correct benoemen (zoals titels, labels, x-as en y-as, staafjes ...)
- de onderdelen van de grafische voorstelling niet correct weergeven (zoals titels, labels, x-as en y-as, staafjes ...) door uitvergroting, door 3D vervorming ...
- informatie of data weglaten;
- percentages foutief interpreteren;
- het gebruik van de mediaan versus het rekenkundig gemiddelde;
- het onderscheid tussen een absolute toename of afname van een percentage (uitgedrukt in procentpunt) en een relatieve toename of afname van dat percentage (uitgedrukt in procent).



Je onderzoekt het verband tussen 2 numerieke grootheden in een dataset met behulp van een spreidingsdiagram.
Je doet dit in opgaven met context.



- spreidingsdiagram of puntenwolk
- onafhankelijke en afhankelijke variabele
- verbanden tussen grootheden: recht evenredig, omgekeerd evenredig, lineair, kwadratisch
- informeel begrip van trendlijn
- informeel begrip van de correlatiecoëfficiënt bij een lineair verband
- vaak voorkomende fouten, misconcepties, tekortkomingen en manipulaties bij het grafisch voorstellen, het numeriek samenvatten van statistische informatie
- vaak voorkomende fouten, misconcepties, tekortkomingen en manipulaties bij het interpreteren van statistische informatie: een sterke correlatie houdt niet noodzakelijk in dat er een oorzaak en gevolg relatie tussen twee variabelen bestaat.



Je tekent een spreidingsdiagram met ICT.

Je interpreteert een spreidingsdiagram.

Je bepaalt het voorschrift van een trendlijn met ICT.

Je interpreteert een trendlijn.

Je bepaalt de correlatiecoëfficiënt met ICT.

Je geef aan de hand van de correlatiecoëfficiënt de sterkte en richting van het lineair verband aan.

Je beschrijft het verband tussen de vorm van de puntenwolk en de waarde van de correlatiecoëfficiënt. Je maakt daarvoor gebruik van de vuistregels in het formularium.



Vuistregels voor het interpreteren van de correlatiecoëfficiënt vind je terug in het formularium. Je krijgt dit bij het examen.

Je onderzoekt verbanden tussen grootheden zoals

- massa en volume of inhoud
- de grootte van de zwaartekracht en de massa
- temperatuurverandering, warmtehoeveelheid en massa
- ...

Informatie over het examen

Zo ziet het examen eruit

Je legt het examen af in het examencentrum in Brussel. Het examen duurt 150 minuten.

Het digitale examen bestaat uit gesloten en open vragen.

Er zijn verschillende vraagtypes: invulvragen, sleepvragen, dropdownvragen, meerkeuzevragen ... Elk vraagtype heeft een eigen instructiezin, die aangeeft wat je precies moet doen.

In dit examen gebruik je een schrijftablet voor sommige vragen. Je noteert je antwoord dan op het scherm van je schrijftablet met een digitale pen. Op de website vind je info om je voor te bereiden op examens met een schrijftablet: [Examens met een schrijftablet](#).

Je vindt op de website een oefenexamen waarmee je de verschillende vraagtypes kan inoefenen. Uiteraard is dit geen echt examen: de bedoeling is dat je de techniek van de digitale vraagtypes in de vingers krijgt. Alle info om je voor te bereiden vind je op onze website: www.vlaanderen.be/examencommissie-secundair-onderwijs/voorbereiding.

Dit neem je mee

Je identiteitskaart of een geldig alternatief. In het examenreglement vind je wat geldige alternatieven zijn.

Je laat al je persoonlijke spullen achter in een locker in de onthaalruimte.

Als je een gsm/smartphone of smartwatch, maar ook cursusmateriaal of samenvattingen bij je hebt in de examenruimte beschouwen we dit als examenfraude.

Dit krijg je van ons

Je krijgt van ons het materiaal dat je nodig hebt om je examen te maken:

- een balpen en kladpapier
- hoofdtelefoon

Je mag steeds naar een geodriehoek, passer of meetlat vragen als je die wil gebruiken.

In je examen zitten links naar de websites die je mag gebruiken tijdens je examen, zoals een online rekentoestel, het digitale woordenboek en de spellingscontrole.

Zo verloopt het examen

Je meldt je aan bij de balie met je identiteitskaart of een geldig alternatief.

In het examenlokaal zelf mag je geen persoonlijke spullen bij je hebben. Na je aanmelding aan het onthaal berg je daarom je jas, je tas of rugzak én je gsm op in een locker.

Je leest de instructies op de examencomputer en tikt de code van de examensticker in om je examen te starten.

Als je klaar bent, sluit je je examen af met de knop beëindigen. Dat kan ten vroegste 15 minuten na de start van het examen. Geef je kladblad af aan de toezichter.

Zo beoordelen we je examen

Er is geen giscorrectie.

Er zullen oefeningen en theorievragen gesteld worden.

Noteer bij open vragen steeds duidelijk je werkwijze en redenering.

Schrijf alle tussenstappen en berekeningen volledig uit.

Besteed hierbij voldoende aandacht aan een correct gebruik van wiskundige begrippen en notaties, zoals vermeld in bijlage “Begrippen & notaties”, dit bepaalt mee je resultaat.

Het examen bestaat uit verschillende onderdelen die elk voor een ander gewicht meetellen:

onderdeel	gewicht
getallenleer	12,5%
meetkunde	20%
relaties en verandering	30%
telproblemen	2,5%
data en onzekerheid (statistiek)	17,5%
logica en bewijzen	10%
problemen oplossen	7,5%

Hoe kan je de leerstof studeren?

De Examencommissie maakt geen cursussen en stelt geen boeken ter beschikking. Je kan studiemateriaal kopen in een (online) boekhandel of ontlenen en raadplegen in een bibliotheek. De bibliotheken van de lerarenopleiding aan de universiteit of de hogeschool bieden heel wat leermiddelen aan.

We hebben voor jou een selectie gemaakt van interessante boeken, websites en ander materiaal. Uiteraard mag je ook andere bronnen gebruiken.

Ga altijd na of je alle thema's uit de vakfiche verwerkt hebt. Soms staat er in een studiemateriaal meer dan wat je moet kennen, in andere studiematerialen staat niet alle leerstof uit de vakfiche opgenomen.

Ga altijd na of de studiematerialen de juiste begrippen & notaties gebruiken. Wij aanvaarden enkel de begrippen & notaties zoals vermeld in bijlage "Begrippen & notaties"! Ook in de studiematerialen die we adviseren kunnen er soms andere begrippen & notaties gebruikt worden, wees hier waakzaam voor.

Let op! Mogelijk is een boek of cursus niet langer verkrijgbaar of zijn de meest recente werken nog niet opgenomen. Ook websites veranderen soms van naam of worden aangepast. Als je niet op de juiste website terechtkomt, kan je die proberen te vinden via een goede zoekmachine.

Leerboeken en methodes

leerboek of methode	uitgeverij	gegevens
Van basis tot limiet 4 uur (doorstroom)	Die Keure	https://www.diekeure.be/
Delta 4 uur (doorstroom)	Plantyn	https://www.plantyn.com/

Websites

website	Wat vind je hier?
https://www.math4all.nl/	Nederlandse website waarop je over verschillende leerstofonderdelen theorie, voorbeelden en oefeningen (met oplossingen) vindt. Opgelet, er wordt gewerkt met de opbouw van het Nederlands onderwijssysteem. Ook de begrippen en notaties verschillen soms van de onze!

Bijlagen



Formularium 2^e graad (dit krijg je tijdens het examen)

Definitie ruimte meetkunde

Onderlinge ligging van rechten en vlakken

Onderlinge ligging van 2 rechten

- D01** De rechte a snijdt de rechte b in het punt S als en slechts als de rechte a en de rechte b juist 1 gemeenschappelijk punt hebben, namelijk het punt S .
- D02** De rechte a valt samen met de rechte b als en slechts als elk punt van de rechte a tot de rechte b behoort en omgekeerd.
- D03** De rechte a is evenwijdig met de rechte b als en slechts als
- a en b in hetzelfde vlak liggen en geen enkel punt gemeenschappelijk hebben.
 - OF a en b samenvallen.
- D04** De rechte a kruist de rechte b als en slechts als a en b niet in hetzelfde vlak liggen. In dat geval hebben de rechten a en b geen enkel punt gemeenschappelijk.

Onderlinge ligging van een rechte en een vlak

- D05** De rechte a snijdt het vlak α als en slechts als de rechte a en het vlak α juist 1 punt gemeenschappelijk hebben.
- D06** De rechte a ligt in het vlak α als en slechts als de rechte a en het vlak α alle punten van de rechte a gemeenschappelijk hebben.
- D07** De rechte a is evenwijdig met het vlak α als en slechts als
- de rechte a en het vlak α geen enkel punt gemeenschappelijk hebben.
 - OF de rechte a in het vlak α ligt.

Onderlinge ligging van 2 vlakken

- D08** Het vlak α snijdt het vlak β in de rechte s als en slechts als de vlakken α en β enkel de punten van de rechte s gemeenschappelijk hebben.
- D09** Het vlak α valt samen met het vlak β als en slechts als elk punt van het vlak α tot het vlak β behoort en omgekeerd.
- D10** Het vlak α is evenwijdig met het vlak β als en slechts als
- de vlakken α en β geen enkel punt gemeenschappelijk hebben.
 - OF de vlakken α en β samenvallen.

Loodrechte stand van rechten en vlakken

- D11** De hoek tussen 2 kruisende rechten is gelijk aan de hoek bepaald door de rechten evenwijdig aan die kruisende rechten door een gekozen punt.
- D12** Is de hoek tussen 2 rechten gelijk aan 90° , dan zeggen we dat die 2 rechten loodrecht op elkaar staan.
- D13** Een rechte a staat loodrecht op een vlak α als en slechts als de rechte a loodrecht staat op elke rechte van het vlak α .
- D14** Snijden 2 vlakken α en β elkaar in een snijlijn s , nemen we een rechte in α loodrecht op s en een rechte in β loodrecht op s , dan is de hoek tussen α en β gelijk aan de hoek tussen de 2 loodlijnen.
- D15** 2 vlakken α en β staan loodrecht op elkaar als en slechts als de hoek tussen deze 2 vlakken gelijk is aan 90° .

Eigenschappen ruimtemeetkunde

Eigenschappen omtrent de ligging van rechten en vlakken in de ruimte

- E01** Een vlak is volledig bepaald door:
- drie niet-collineaire punten;
 - een rechte en een punt buiten de rechte;
 - 2 evenwijdige, maar niet samenvallende rechten;
 - 2 snijdende rechten.
- E02** Heeft een rechte 2 verschillende punten gemeenschappelijk met een vlak, dan ligt die rechte in dat vlak.
In symbolen: $A, M \in \alpha \Rightarrow AM \subset \alpha$
- E03** Hebben 2 verschillende vlakken een punt gemeenschappelijk, dan is hun doorsnede een rechte door dit punt.
In symbolen: $P \in \alpha \cap \beta$ en $\alpha \neq \beta \Rightarrow \exists r: P \in r$ en $\alpha \cap \beta = r$
- E04** Snijdt een rechte een vlak, dan snijdt elk vlak door die rechte het gegeven vlak volgens een rechte door het snijpunt van de gegeven rechte met het vlak.
In symbolen: $a \subset \beta$ en $a \cap \alpha = \{P\} \Rightarrow \alpha \cap \beta = b$ en $P \in b$
- E05** Zijn 2 rechten evenwijdig zijn met eenzelfde derde rechte, dan zijn ze ook onderling evenwijdig.
In symbolen: $a // c$ en $b // c \Rightarrow a // b$

Formularium (dit krijg je tijdens het examen)

E06 Is een rechte evenwijdig met een rechte van een vlak, dan is ze evenwijdig met dat vlak.

In symbolen: $b \subset \alpha$ en $a // b \Rightarrow a // \alpha$

E07 Omvat een vlak 2 snijdende rechten die evenwijdig zijn met een ander vlak, dan zijn die vlakken evenwijdig.

In symbolen:
$$\left. \begin{array}{l} a \cap b = \{P\} \\ a // \beta \\ b // \beta \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha // \beta$$

E08 Snijdt een rechte 1 van 2 evenwijdige vlakken, dan snijdt ze ook het andere vlak.

In symbolen: $a \cap \alpha = \{P\}$ en $\alpha // \beta \Rightarrow a \cap \beta = \{Q\}$

E09 Snijdt een vlak een van 2 evenwijdige vlakken, dan snijdt het ook het andere vlak en de snijlijnen zijn evenwijdig

In symbolen: $\alpha \cap \gamma = s$ en $\alpha // \beta \Rightarrow \gamma \cap \beta = r$ en $r // s$

E10 Snijdt een van 2 evenwijdige rechten een vlak, dan snijdt ook de andere rechte dat vlak.

In symbolen: $a \cap \alpha = \{P\}$ en $r // a \Rightarrow r \cap \alpha = \{Q\}$

E11 Is een rechte a evenwijdig met een vlak en trek je door een punt van het vlak een rechte evenwijdig met de gegeven rechte, dan ligt deze rechte in dat vlak.

E12 Door een gegeven punt gaat juist 1 loodlijn op een gegeven vlak. Door een gegeven punt gaat juist 1 loodvlak op een gegeven rechte.

E13 Staat een rechte loodrecht op 2 snijdende rechten van een vlak, dan staat ze loodrecht op dat vlak.

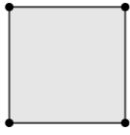
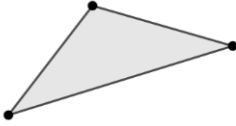
E14 2 vlakken staan loodrecht op elkaar als en slechts als het ene vlak een loodlijn op het andere vlak omvat.

Correlatiecoëfficiënt

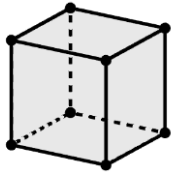
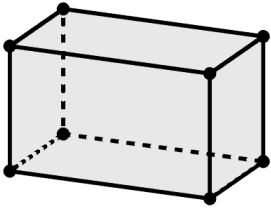
Voor de correlatiecoëfficiënt r geldt:

- Als $r \leq -0,7$ dan is er sprake van sterke negatieve samenhang.
- Als $-0,7 < r \leq -0,3$ dan is er sprake van matige negatieve samenhang.
- Als $-0,3 < r < 0$ dan is er sprake van zwakke negatieve samenhang.
- Als $r = 0$ dan is er geen samenhang.
- Als $0 < r < 0,3$ dan is er sprake van zwakke positieve samenhang.
- Als $0,3 \leq r < 0,7$ dan is er sprake van matige positieve samenhang.
- Als $r \geq 0,7$ dan is er sprake van sterke positieve samenhang.

Omtrek en oppervlakte van vlakke meetkundige figuren

figuur	omtrek	oppervlakte
	$2 \cdot l + 2 \cdot b$	$l \cdot b$
	$4z$	z^2
	$z_1 + z_2 + z_3$	$\frac{b \cdot h}{2}$
	$2\pi r$	πr^2

Inhoud van ruimtefiguren

figuur	formule inhoud / volume
	z^3
	$l \cdot b \cdot h$



Lijst met bewijzen (dit krijg je niet tijdens het examen)

Bewijzen in handboeken en op websites kunnen verschillen. We hebben hieruit een keuze gemaakt. We verwachten op het examen van jou onderstaande opbouw van de bewijzen, waarbij je elke overgang verklaart. Alle andere vormen van bewijzen worden als foutief beschouwd.

Op het examen vragen we bewijzen uit deze bijlage:

- in de behandelde situatie
- in een gewijzigde situatie: met andere symbolen, in een specifiek geval ...
- in een analoge situatie.

Studietip:

- Probeer het gegeven bewijs ook eens met andere letters uit te schrijven. Vraag je ook af of het bewijs geldig is in een gewijzigde situatie.
- Studeer steeds het volledige bewijs, dus: gegeven, te bewijzen, de figuur en het bewijs.

Je vindt volgende bewijzen terug:

1. De irrationaliteit van $\sqrt{2}$
2. De stelling van Pythagoras
3. De grondformule en afgeleide formules in een rechthoekige driehoek
4. Formule coördinaat top tweedegraadsfunctie

1. De irrationaliteit van $\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$ is een irrationaal getal.

Bewijs:

We bewijzen dit uit het ongerijmde.

Veronderstel dat $\sqrt{2}$ een rationaal getal is. Dan kan je $\sqrt{2}$ schrijven als een onvereenvoudigbare breuk $\frac{a}{b}$ met $a \in \mathbb{Z}$ en $b \in \mathbb{N}_0$.

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b}$$

$$\Leftrightarrow 2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

beide leden kwadrateren

$$\Leftrightarrow 2 = \frac{a^2}{b^2}$$

kwadraat van een quotiënt

$$\Leftrightarrow a^2 = 2b^2$$

(*)

a^2 is deelbaar door 2 $\Rightarrow a$ is deelbaar door 2. (*) $a^2 = a \cdot a$ is deelbaar door 2 en 2 is een priemgetal.

Hieruit volgt dat er een $z \in \mathbb{Z}$ bestaat zodanig dat $a = 2z$. (1)

Uit (1) volgt dan:

$$(2z)^2 = 2b^2$$

$$a = 2z$$

$$\Leftrightarrow 4z^2 = 2b^2$$

kwadraat van een product

$$\Leftrightarrow 2z^2 = b^2$$

beide leden delen door 2

(*)

b^2 is deelbaar door 2 $\Rightarrow b$ is deelbaar door 2. (*) $b^2 = b \cdot b$ is deelbaar door 2 en 2 is een priemgetal.

Dus a en b zijn beiden deelbaar door 2 $\Rightarrow \frac{a}{b}$ is een vereenvoudigbare breuk.

Dat is in strijd met de veronderstelling.

Bijgevolg is $\sqrt{2}$ een irrationaal getal.

2. De stelling van Pythagoras

In een rechthoekige driehoek is het kwadraat van de schuine zijde gelijk aan de som van de kwadraten van de rechthoekszijden.

Gegeven: $\triangle ABC$ met $\hat{A} = 90^\circ$

Te bewijzen: $|BC|^2 = |AC|^2 + |AB|^2$ of $a^2 = b^2 + c^2$

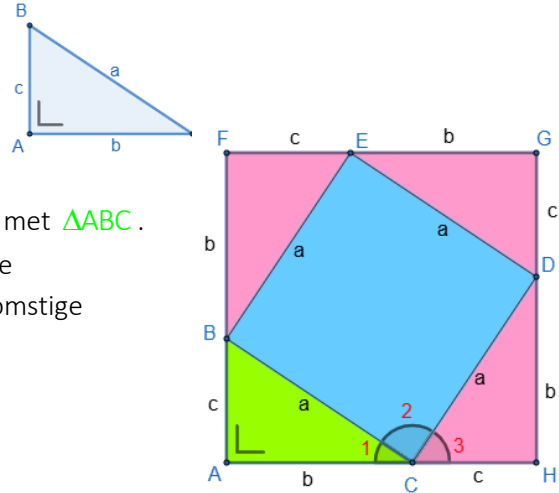
Bewijs:

Constructie: Teken een vierkant $BEDC$ met zijde

$|BC| = a$ op de schuine zijde van $\triangle ABC$ en vervolledig

de figuur met $\triangle FEB$, $\triangle GDE$ en $\triangle HCD$ die congruent zijn met $\triangle ABC$.

Doordat de driehoeken congruent zijn, weten we dat alle overeenkomstige zijden even lang zijn en alle overeenkomstige hoeken even groot.



We tonen aan dat AFGH en BEDC vierkanten zijn.

a) AFGH is een vierkant

- $|AH| = |HG| = |FG| = |AF| = b + c$
- $\hat{A} = \hat{F} = \hat{G} = \hat{H} = 90^\circ$

b) BEDC is een vierkant

- $|BE| = |ED| = |DC| = |BC| = a$
- 4 rechte hoeken, we tonen dit aan voor $\hat{C}_2$.
 - $\hat{C}_1 + \hat{C}_2 + \hat{C}_3 = 180^\circ$ (gestrekte hoek)
 - $\hat{C}_1 + \hat{B} = 90^\circ$ (hoekensom in $\triangle ABC$ of scherpe hoeken in een rechthoekige driehoek)
 - $\Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_3 = 90^\circ$ want $\hat{B} = \hat{C}_3$ (overeenkomstige hoeken in congruente driehoeken)

Hieruit volgt $90^\circ + \hat{C}_2 = 180^\circ \Rightarrow 180^\circ - 90^\circ = \hat{C}_2 = 90^\circ$

We berekenen de oppervlakte van AFGH op 2 manieren:

(1) Opp AFGH = $(b + c)^2$

(2) Opp AFGH = Opp BEDC + 4 · Opp $\triangle ABC$

$$= a^2 + 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2}$$

$$= a^2 + 2bc$$

Uit gelijkstelling (1) en (2) volgt:

$$(b + c)^2 = a^2 + 2bc$$

$$\Leftrightarrow b^2 + 2bc + c^2 = a^2 + 2bc$$

merkwaardig product

$$\Leftrightarrow b^2 + c^2 = a^2$$

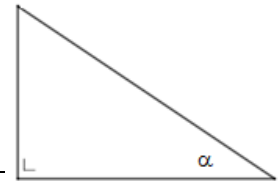
vereenvoudigen

3. De grondformule en afgeleide formules in een rechthoekige driehoek

In een rechthoekig driehoek met scherpe hoek α geldt:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \quad \text{met } \cos \alpha \neq 0$$



Gegeven: rechthoekige driehoek met scherpe hoek α

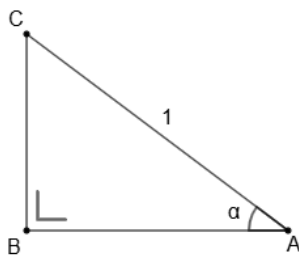
Te bewijzen:

a) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

b) $\tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \quad \text{met } \cos \alpha \neq 0$

Bewijs (a):

Constructie: Teken een rechthoekige driehoek ABC waarvan de schuine zijde lengte 1 heeft en waarvan 1 van de scherpe hoeken gelijk is aan α .



In de rechthoekige driehoek ABC geldt:

$$\sin \alpha = \frac{|BC|}{|AC|} \quad \text{definitie sinus in rechthoekige driehoek}$$

$$= \frac{|BC|}{1} \quad |AC|=1 \text{ (zie constructie)}$$

$$= |BC| \quad (1)$$

$$\cos \alpha = \frac{|AB|}{|AC|} \quad \text{definitie cosinus in rechthoekige driehoek}$$

$$= \frac{|AB|}{1} \quad |AC|=1 \text{ (zie constructie)}$$

$$= |AB| \quad (2)$$

$$|BC|^2 + |AB|^2 = |AC|^2 \quad \text{stelling van Pythagoras}$$

$$\Rightarrow |BC|^2 + |AB|^2 = 1 \quad |AC|=1 \text{ (zie constructie)} \quad (3)$$

Uit (1), (2) en (3) volgt $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Lijst met bewijzen (dit krijg je niet tijdens het examen)

Bewijs (b):

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

beide leden delen door $\cos \alpha$ ($\cos \alpha \neq 0$)

$$\Leftrightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1$$

definitie tangens en vereenvoudigen

4. Formule coördinaat top tweedegraadsfunctie

De coördinaten van de top T van een parabool met vergelijking $y = ax^2 + bx + c$ (met $a \neq 0$) zijn

$$x_T = \frac{-b}{2a} \text{ en } y_T = c - \frac{b^2}{4a}.$$

Gegeven: parabool met vergelijking $y = ax^2 + bx + c$ (met $a \neq 0$)

Te bewijzen: $x_T = \frac{-b}{2a}$ en $y_T = c - \frac{b^2}{4a}$

Bewijs:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c$$

a afzonderen bij eerste 2 termen

$$= a \left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} \cdot x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right) + c$$

$$\left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \text{ toevoegen}$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} \right) + c$$

merkwaardig product en kwadraat van een quotiënt

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - a \cdot \frac{b^2}{4a^2} + c$$

distributiviteit

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

vereenvoudigen

$$= a \left(x - \left(\frac{-b}{2a} \right) \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

$$\frac{b}{2a} = - \left(\frac{-b}{2a} \right)$$

$$\text{stel } p = -\frac{b}{2a} \text{ en } q = c - \frac{b^2}{4a}$$

functievoorschrift tweedegraadsfunctie $f(x) = a(x - p)^2 + q$

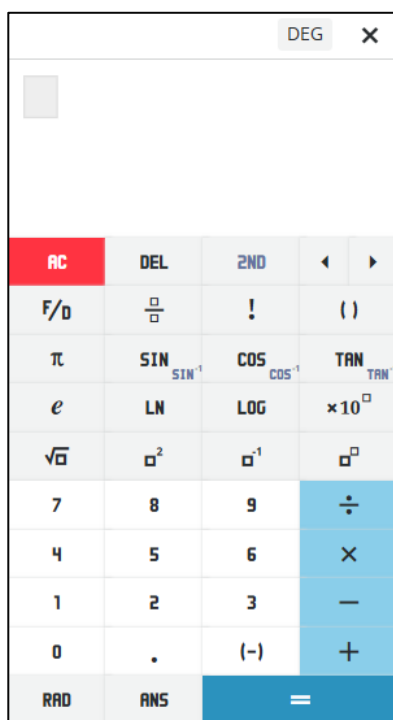
$$= a(x - p)^2 + q$$

$$\Rightarrow x_T = \frac{-b}{2a} \text{ en } y_T = c - \frac{b^2}{4a}$$



Foto online wetenschappelijk rekentoestel

Behoudens wijzigingen aan het achterliggende programma waarbinnen het examen afgenomen wordt, ziet het online rekentoestel dat je mag gebruiken op het examen er zo uit:





Begrippen & notaties (dit krijg je niet tijdens het examen)

Begrippen en notaties in handboeken en op websites kunnen verschillen. **Wij gebruiken op het examen de begrippen en notaties uit deze bijlage en de begrippen en notaties uit de vakfiche wiskunde 1A.** We verwachten van jou hetzelfde, alle andere begrippen en notaties worden als foutief beschouwd.

De begrippen en notaties zijn verdeeld over 4 bouwstenen:

1. Logica en bewijzen
2. Getallenleer
3. Meetkunde en metend rekenen
4. Relaties en verandering

We vermelden hier enkel de begrippen & notaties specifiek aan deze vakfiche, voor de andere begrippen en notaties moet je de vakfiche wiskunde 1A raadplegen.

Logica en bewijzen

Verzamelingen

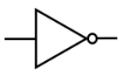
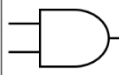
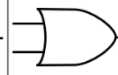
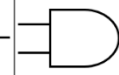
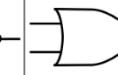
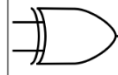
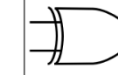
- is element van: $\in$
- is geen element van: $\notin$
- is een deel(verzameling) van: $\subset$
- is geen deel(verzameling) van: $\not\subset$
- doorsnede: $\cap$
- unie: $\cup$
- verschil: $\setminus$

Wiskundige redeneringen en uitspraken

- **symbolen:**
 - implicatie (als ... dan ...): $\Rightarrow$
 - equivalentie (als en slechts als): $\Leftrightarrow$
 - en (conjunctie): $\wedge$
 - of (disjunctie): $\vee$
 - niet (negatie): $\neg$
- **kwantoren:**
 - voor alle: $\forall$
 - er bestaat: $\exists$

Waarheidswaarde van logische uitspraken

- logische poorten:

NOT	AND	OR	NAND	NOR
				
		XOR		XNOR
				

Getallenleer

- reële getallen: $\mathbb{R}$
- irrationale getallen: $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
- reële getallen zonder 0: $\mathbb{R}_0$
- positieve reële getallen: $\mathbb{R}^+$
- strikt positieve reële getallen: $\mathbb{R}_0^+$
- negatieve reële getallen: $\mathbb{R}^-$
- strikt negatieve reële getallen: $\mathbb{R}_0^-$
- derdemachtswortel van een reëel getal a: $\sqrt[3]{a}$
- afroundingsregels** : als je een getal moet afronden, kijk dan naar het eerstvolgende cijfer dat je weglaat. Als dat cijfer kleiner is dan 5, rond je af naar beneden. Als dat cijfer 5 is of groter, rond je af naar boven.
- vergelijken van getallen**:
 - is gelijk aan: $=$
 - is niet gelijk aan: $\neq$
 - is ongeveer gelijk aan: $\approx$

Begrippen & notaties (dit krijg je niet tijdens het examen)

- is kleiner dan: $<$
- is kleiner dan of gelijk aan: $\leq$
- is groter dan: $>$
- intervallen:
 - open intervallen: $]a,b[$ of $]a;b[$
 - halfopen of halfgesloten intervallen: $]a,b]$ of $]a;b]$ of $[a,b[$ of $[a;b[$
 - gesloten intervallen: $[a,b]$ of $[a;b]$

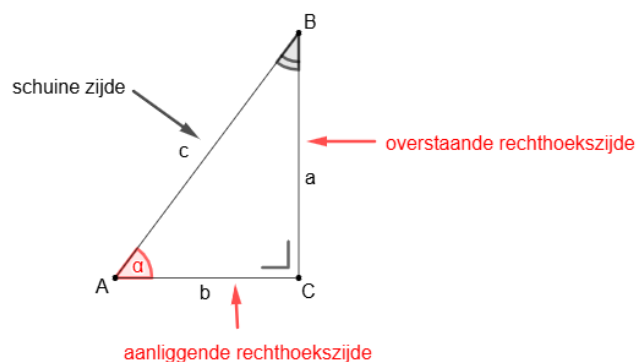
Meetkunde en metend rekenen

Gelijkvormige figuren

- **gelijkvormigheidskenmerken:** $\frac{H}{H}, \frac{Z}{Z}, \frac{Z}{Z}, \frac{Z}{Z}, \frac{Z}{Z}, \frac{Z}{Z}, 90^\circ$
- $\triangle ABC$ is gelijkvormig met $\triangle A'B'C'$: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ waarbij de overeenkomstige hoekpunten in dezelfde volgorde genoteerd worden

Vlakke en ruimtelijke problemen

- **afstand** tussen 2 punten A en B: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ met $A(x_1, y_1)$ en $B(x_2, y_2)$
- **goniometrische getallen** van een scherpe hoek in een rechthoekige driehoek:
bij afspraak duiden we een zijde aan met dezelfde kleine letter als de overstaande hoek
bijvoorbeeld zijde $[AB]$ is de overstaande zijde van $\hat{C}$. We duiden deze zijde aan met kleine letter c.



Begrippen & notaties (dit krijg je niet tijdens het examen)

$$\sin(\alpha) = \sin(\hat{A}) = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{a}{c} = \frac{|BC|}{|AB|}$$

$$\cos(\alpha) = \cos(\hat{A}) = \frac{\text{aanliggende rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{b}{c} = \frac{|AC|}{|AB|}$$

$$\tan(\alpha) = \tan(\hat{A}) = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}} = \frac{a}{b} = \frac{|BC|}{|AC|}$$

- **grondformule:** $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- **verband sinus, cosinus en tangens:** $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

Relaties en verandering

Vergelijkingen en ongelijkheden

- **oplossingenverzameling:** V
- **lege verzameling:** $\emptyset$
- **algemene vorm van een tweedegraadsvergelijking of vierkantsvergelijking (vkv):**
 $ax^2 + bx + c = 0$ met $a \in \mathbb{R}_0$ en $b, c \in \mathbb{R}$
- **algemene vorm van een eerstegraadsvergelijking** met twee onbekenden: $ux + vy + w = 0$ met $u, v, w \in \mathbb{R}$ en $(u, v) \neq (0, 0)$
- **oplossingenverzameling van een stelsel met koppelvoorstelling:**
 $V = \{(x_1, y_1)\}, V = \{(x, y) \mid y = ax + b\}, V = \emptyset$
- **discriminant:** D
- **merkwaardige producten:**
 - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 - $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Functies

- **domein** van een functie f : $\text{dom } f$
- **bereik** van een functie f : $\text{ber } f$

Begrippen & notaties (dit krijg je niet tijdens het examen)

- **praktisch domein:** de deelverzameling van het domein die betekenisvol is voor de gegeven context
- **praktisch bereik:** de deelverzameling van het bereik die betekenisvol is voor de gegeven context
- **nulwaarde** van een functie: de x-waarde van het snijpunt met de x-as
- **nulpunt** van een functie: de coördinaat van het snijpunt met de x-as
- **snijpunt met de x-as/y-as:** de coördinaat van het snijpunt met de x-as/y-as
- **tekenverloop** van een functie: geeft weer waar de grafiek van een functie onder of boven de x-as ligt en waar de grafiek de x-as snijdt
- **verloopschema (stijgen/dalen)** van een functie: geeft weer waar de grafiek van een functie stijgt of daalt en waar de functie een minimum/maximum bereikt

Je gebruikt voor tekenverloop/verloopschema de volgende symbolen:

- interval waar de grafiek onder de x-as ligt: $-$
- interval waar de grafiek boven de x-as ligt: $+$
- punt waar de grafiek de x-as snijdt: 0
- interval waar de functie stijgend is: $\nearrow$
- interval waar de functie dalend is: $\searrow$
- minimum: $\min$
- maximum: $\max$
- **richtingscoëfficiënt** van een rechte a: $\text{rico } a$ of $\text{rc } a$
- **voorschrift van een tweedegraadsfunctie:**
 - $f(x) = ax^2 + bx + c$ met $a \in \mathbb{R}_0$ en $b, c \in \mathbb{R}$
 - $f(x) = a(x-p)^2 + q$ met $a \in \mathbb{R}_0$ en $p, q \in \mathbb{R}$
 - $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ met $a \in \mathbb{R}_0$